Über einige neue Talbot'sche Interferenz-Erscheinungen.

Von **L. Ditscheiner.**

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 9. März 1871.)

Diejenigen Interferenz-Erscheinungen, welche unter dem Namen der Talbot'schen zusammengefasst werden können, verdienen, ihrer leichten Ausführbarkeit wegen, sicherlich einige Aufmerksamkeit. Es sind dies Interferenz-Erscheinungen, die im allgemeinen durch zwei neben einander, durch verschieden dicke oder verschieden brechende Medien gehende Strahlen hervorgerufen werden. So ist zuerst nachgewiesen worden, dass im Spectrum eine grosse Zahl nahezu gleichweit von einander abstehender dunkler Interferenzstreifen auftreten, wenn man die auf der Seite der brechenden Kante des Prismas liegende Hälfte der Pupille mit einem dünnen durchsichtigen Plättchen bedeckt. Es werden so diejenigen Strahlen, welche durch das Plättchen gegangen und jene, welche neben demselben vorbeigehend ins Auge gelangen, auf der Netzhaut interferiren. Es ist später von Stefan[1] gezeigt worden, dass das Plättchen auch irgendwo zwischen Auge und Prisma oder zwischen Prisma und Spalte von der Seite der brechenden Prismenkante eingeschoben werden kann, dass aber auch vor der Spalte, wenn man eben diese auf der einen oder der anderen Seite halb mit dem Plättchen bedeckt, dieses die Interferenz-Erscheinung hervorruft. Es ist ebenfalls von Stefan gezeigt worden, dass auch zwei verschieden dicke Platten nebeneinander gestellt, solche Interferenz-Erscheinungen liefern, wenn nur die mehr verzögerten Strahlen auf der Seite der minder brechbaren Strahlen des Spectrums liegen. Es ist

[1] Sitzber. 50. Bd. II. Abth. pag. 138.

ferner bei einer anderen Gelegenheit gezeigt worden[1], wie diese Talbot'schen Streifen auftreten, wenn man statt einer einfach brechenden Substanz ein planparalleles Krystallplättchen nimmt. Während nämlich bei einer Platte eines einfach brechenden Mediums die Interferenz-Streifen nahezu von gleicher gegenseitiger Entfernung durch das ganze Spectrum hindurch mit gleicher Schärfe und Schwärze vertheilt erscheinen, ist dies bei der letzteren nicht mehr der Fall, indem nicht nur ihre Schwärze und Schärfe an verschiedenen Stellen des Spectrums verschieden ist, so dass selbst streifenfreie Stellen auftreten, sondern die zwischen den streifenfreien Stellen abwechselnd liegenden Gruppen dunkler Streifen erscheinen gegen einander um die halbe Entfernung zweier solcher Streifen verschoben. Bezeichnen wir, unter Anwendung von unpolarisirtem Licht, mit D die Dicke der Platte, mit μ im ersten und mit μ_1 und μ_2 im zweiten Falle die Brechungsquotienten der Platte für die Wellenlänge λ, so ist die Intensitätsgleichung für die entsprechende Stelle des Spectrums, für die einfach brechende Platte

$$(1) \qquad I = a^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} (\mu - 1) D$$

und für die doppeltbrechende Platte

$$(2) \qquad I = \frac{a^2}{2} \left[1 + \cos \frac{\pi}{\lambda} (\mu_2 - \mu_1) D \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{\mu_1 + \mu_2}{2} - 1 \right) D \right]$$

In den folgenden Zeilen soll nun eine Reihe ähnlicher Erscheinungen behandelt werden, die alle dadurch erzeugt wurden, dass zwei von einer und derselben Lichtquelle kommende Strahlenbündel, welche durch verschieden dicke planparallele doppeltbrechende Krystallplatten zwischen zwei polarisirenden Vorrichtungen hindurch gegangen sind, zur Interferenz gelangen. Im allgemeinen zeigen sich unter diesen Voraussetzungen im Spectrum wieder einzelne durch streifenfreie Stellen getrennte Gruppen schwarzer, bei passender Dicke der Platten nahe aneinander liegender Streifen, aber diese Gruppen sind nicht mehr von nahezu gleicher Breite, im Gegentheile wechselt diese oft sehr rasch und gibt so dem Ganzen ein unregelmässiges, fast will-

---

[1] Sitzungsber. 57. Bd. II. Abth.

kürliches Ansehen. Ausserdem treten an gewissen Stellen breite schwarze Streifen auf, ähnlich jenen, welche sich im Spectrum zeigen, wenn man zwischen polarisirenden Vorrichtungen eine Krystallplatte so einschiebt, dass alle Strahlen durch sie hindurchgehen müssen. Auch hier zeigt sich im Gegensatze zu der angedeuteten Erscheinung ein rascher Wechsel nicht nur ihrer gegenseitigen Distanz, sondern auch ihrer Schärfe und Schwärze. Es wird dadurch wohl erklärlich, dass diese Erscheinungen sich nicht in so einfacher Weise wie die bisher betrachteten darstellen lassen, aber man ist in jedem speciellen Falle im Stande, aus den weiter unten entwickelten Gleichungen sich ein vollständiges Bild der Erscheinung zu entwerfen.

Von all den möglichen Fällen, die bezüglich der nebeneinander gestellten verschieden dicken Platten sich ergeben, wollen wir der Einfachheit der Rechnung wegen nur ganz bestimmte betrachten. Erstens soll stets vorausgesetzt werden, dass die planparallelen Krystallplatten senkrecht zu den einfallenden Strahlen gestellt sind und dass sowohl der eine wie der andere der senkrecht zu einander polarisirten, die Krystallplatte durchziehenden Strahlen keine Brechung erleidet. Wir setzen also Krystallplatten voraus, die bei optisch einaxigen Substanzen parallel zur optischen Axe, bei optisch zweiaxigen aber senkrecht zu einer optischen Elasticitätsaxe geschnitten sind. Zweitens aber wollen wir voraussetzen, dass die zwei Platten so nebeneinander gestellt sind, dass sie optisch gleich orientirt sind, oder dass die optisch gleichwerthigen Linien in beiden auf einander senkrecht stehen, so dass z. B. bei optisch einaxigen Substanzen entweder die optischen Axen der beiden Platten parallel oder senkrecht stehen.

Wir wollen zuerst diejenigen Erscheinungen betrachten, die sich bei optisch gleich orientirten Krystallplatten ergeben. Diese sind auch am leichtesten dadurch herzustellen, dass man auf eine Krystallplatte von der Dicke D eine zweite gleich orientirte von der Dicke D' so legt, dass nur die Hälfte der ersteren gedeckt wird. Man hat dadurch eine Platte von der Dicke D und eine zweite unmittelbar anliegend von der Dicke $D+D'$ hergestellt. Bringt man nun diese Doppelplatte so zwischen die Spalte eines Spectralapparates und das Auge, dass die dickere Platte auf der Seite der rothen Strahlen des Spectrums zu liegen kommt und

die aus dem Collimator kommenden Strahlen theilweise durch die eine, theilweise durch die andere Platte gehen müssen, bringt man ferner vor der Spalte und vor dem Okulare des Beobachtungsfernrohres Nicole an, so beobachtet man die schon oben angedeuteten Interferenz-Streifen, deren Lage, wie man sich leicht überzeugen kann, wesentlich abhängt von der Dicke der Platten und von der Neigung der Schwingungsebenen der beiden Nicole, sowohl gegen einander als auch gegen jene der die Krystallplatten durchziehenden senkrecht zu einander polarisirten Strahlen.

Bezeichnen wir mit *OP* die Schwingungsrichtung der aus den Polariseur durch den Collimator gesandten linear polarisirten Lichtstrahlen, die charakterisirt sein sollen durch die Gleichung

$$\sigma = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} . vt,$$

bezeichnen wir ferner mit *Oy* und *Oz* die auf einander senkrecht stehenden Schwingungsrichtungen der die Krystallplatten durchziehenden Strahlen und wird Winkel $POy = \alpha$ gesetzt; sind ferner μ_1 und μ_2 die Brechungsquotienten für die Platte, so treten aus der Begrenzungsebene der dickeren Platte (wenn die dem Collimator zugekehrten Begrenzungsebenen der Platten zusammenfallen) folgende zwei Strahlenpaare aus und zwar auf der Seite der dickeren Platte

$$(3) \qquad \begin{aligned} y_1 &= a \cos\alpha \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - \mu_1 D - \mu_1 D') \\ z_1 &= a \sin\alpha \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - \mu_2 D - \mu_2 D') \end{aligned}$$

und auf der Seite der dünneren Platte, da hier die Lichtstrahlen noch eine Luftschichte von der Dicke D' zu durchlaufen haben, bis sie an die verlängerte zweite Begrenzungsfläche der dickeren Platte gelangen,

$$(4) \qquad \begin{aligned} y_2 &= a \cos\alpha \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - \mu_1 D - D') \\ z_2 &= a \sin\alpha \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - \mu_2 D - D'), \end{aligned}$$

wenn wir auch von jenen Gangunterschieden absehen, welche beiden Strahlenpaaren gemeinschaftlich sind. Die parallel schwin-

genden Strahlen y_1 und y_2, sowie z_1 und z_2 setzen sich zu je einem zusammen und diese sind

$$Y = 2a \cos\alpha \cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1 - 1)D' \sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(vt - \mu_1 D - \frac{\mu_1 + 1}{2} D'\right) \ldots \quad (5)$$

$$Z = 2a \sin\alpha \cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_2 - 1)D' \sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(vt - \mu_2 D - \frac{\mu_2 + 1}{2} D'\right) \ldots \quad (6)$$

Von diesen Strahlen rufen aber die Interferenz-Erscheinung nur die zur Schwingungsrichtung OA des Analyseurs parallelen Componenten hervor. Nennen wir den Winkel der Schwingungsrichtungen von Polariseur und Analyseur, nämlich $POA = \psi$, so sind diese Componenten

$$Y_1 = 2a \cos\alpha \cos(\alpha - \psi) . \cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1 - 1)D' . \sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(vt - \mu_1 D - \frac{\mu_1 + 1}{2} D'\right)$$

$$Z_1 = 2a \sin\alpha . \sin(\alpha - \psi) . \cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_2 - 1)D' . \sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(vt - \mu_2 D - \frac{\mu_2 + 1}{2} D'\right)$$

Diese beiden in einer Ebene schwingenden Strahlen setzen sich wieder zu einem einzigen zusammen, dessen Intensität ist

$$I = 4a^2 \Big[\cos^2\alpha \cos^2(\alpha - \psi) \cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1 - 1)D' + \sin^2\alpha \sin^2(\alpha - \psi) \cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_2 - 1)D' + \\ + 2 \sin\alpha \cos\alpha \sin(\alpha - \psi) \cos(\alpha - \psi) \cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1 - \mu_2)(2D + D')\Big]. \quad (7)$$

Diese Gleichung gibt für jede beliebige Stelle des Spectrums nach Substitution der ihr entsprechenden Werthe von λ, μ_1 und μ_2 die Intensität, und es lässt sich aus ihr das Auftreten der dunklen Intensitätsminima und der hellen Intensitätsmaxima durch eine mehr oder weniger complicirte Rechnung finden. Im allgemeinen aber ist, namentlich wegen der zwischen μ_1 und μ_2 und λ bestehenden Relation und der in der Gleichung (7) vorkommenden transcendenten Functionen die genaue Bestimmung des Auftretens dunkler Streifen nicht möglich und man ist in den meisten Fällen genöthigt, sich mit einer annähernden Bestimmung zu begnügen. Aus dem Auftreten dieser Streifen an bestimmten Stellen des Spectrums, für welche die obige Gleichung eine einfache, leicht zu behandelnde Form annimmt, lassen sich jedoch ohne Schwierigkeit die zwischen diesen Stellen auftretenden Streifen erkennen, so dass man auf diese Weise ein mehr oder weniger

vollständiges Bild der ganzen Erscheinung zu liefern im Stande ist. Am deutlichsten und regelmässigsten treten aber diese Interferenz-Streifen offenbar auf, wenn die beiden Nicole in gekreuzter oder in paralleler Stellung sich befinden, wenn also $\psi=90°$ oder $=0$ ist und wenn gleichzeitig $\alpha=0$, 45° oder 90° ist.

Betrachten wir vorerst diejenigen Fälle, für welche $\psi=90°$ ist, bei welcher also Analyseur und Polariseur in gekreuzter Stellung sind, so wird für $\alpha=0$

$$I=0$$

und für $\alpha=90$ ebenfalls

$$I=0,$$

so dass bei beiden Stellungen der Krystallplatte, wie sich dies von selbst versteht, das ganze Gesichtsfeld für alle Farben gleichzeitig dunkel erscheint. Dreht man aber die Krystallplatte aus der einen Stellung in die andere, so erscheint sogleich durch das Spectrum hindurch ein Wechsel von Hell und Dunkel, welcher seine grösste Regelmässigkeit für $\alpha=45°$ zeigt, bei jener Stellung also, wo die optischen Elasticitätsaxen der Platte den rechten Winkel zwischen den Schwingungsrichtungen der Nicole halbiren. Für diesen Fall wird Gleichung (7)

$$(8)\quad \begin{aligned} I=2a^2\Big(&\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D'+\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_2-1)D' \\ &-2\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D'\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_2-1)D'\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)(2D+D')\Big). \end{aligned}$$

Eine allgemeine Discussion dieser Gleichung ist auch hier aus den schon oben angegebenen Gründen nicht leicht möglich, aber es lassen sich hier leichter bestimmte Stellen des Spectrums finden, für welche eine Vereinfachung der Gleichung eintritt, aus welcher sich eine grössere Übersicht der ganzen Erscheinung ergibt. Von denjenigen Werthen in der Gleichung (8), welche sich periodisch ändern, wenn man von einer Stelle des Spectrums zur andern geht, wenn man also λ und damit auch μ_1 und μ_2 sich ändern lässt, hat

$$\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)(2D+D')$$

die längere Periode, indem sich

$$\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D' \text{ und } \cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_2-1)D'$$

weit rascher ändern. Es wird deshalb zweckmässig erscheinen, die Gleichung für diejenigen Stellen zu untersuchen, für welche der angeführte Cosinus einfache Werthe annimmt, also $=0$, $+1$ oder -1 wird. Diesen bestimmten Werthen für den Cosinus entsprechend, findet man der Reihe nach

$$(\mu_1-\mu_2)(2D+D')=\frac{2n-1}{2}\lambda \tag{9}$$

$$(\mu_1-\mu_2)(2D+D')=2n\lambda \tag{10}$$

$$(\mu_1-\mu_2)(2D+D'=(2n-1)\lambda, \tag{11}$$

so zwar, dass die entsprechenden Stellen nicht anders sind als jene, für welche eine gleiche Krystallplatte von der Dicke $2D+D'$, in paralleler Stellung mit der angewendeten, zwischen gekreuzten Nicolen helle Intensitäts-Maxima oder dunkle schwarze Streifen, entsprechend einem Gangunterschied von gerader und ungerader Anzahl Wellenlängen, zeigt.

Führen wir den Werth aus Gleichung (9) in die Gleichung (8) ein, so wird

$$\begin{aligned} I&=2a^2\left(\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D'+\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_2-1)D'\right) \\ &=2a^2(1+\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)D'.\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right)D'). \end{aligned} \tag{12}$$

Es geht aus dieser Relation im Vergleiche mit einer bei einer anderen Gelegenheit (Sitzber. 57. Bd. II. Abth.) abgeleiteten hervor, dass an allen Stellen, für welche eine Platte von der Dicke $(2D+D')$ zwischen gekreuzten Nicolen helle Intensitätsmaxima zeigt, die Interferenz-Streifen so auftreten, wie sie an eben denselben Stellen auftreten würden, wenn die Talbot'schen Streifen durch eine Krystallplatte von der Dicke D' bei unpolarisirtem Licht erzeugt würden. Ob an solchen Stellen scharfe schwarze Streifen in normaler oder verschobener Stellung auftreten oder ob dieselben streifenfrei sind, lässt sich in jedem speciellen Falle leicht erkennen, wenn man auf die a. a. O. gemachten Bemerkungen Rücksicht nimmt und untersucht, ob die Krystallplatte von der Dicke D' zwischen gekreuzten Nicolen Intensitätsmaxima oder solche Minima mit gerader oder ungerader Anzahl Wellenlängen Gangunterschied besitzt.

Führen wir den Werth aus (10) in (8) ein, so erhalten wir offenbar

$$
(13)\quad \begin{aligned} I&=2a^2\left(\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D'-\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_2-1)D'\right)^2 \\ &=8a^2\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right)D'\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_1-\mu_2}{2}\right)D'. \end{aligned}
$$

Das Auftreten der Intensitätsminima ist hier sowohl durch den ersten als auch durch den zweiten Faktor bedingt. Im Allgemeinen ist nun die Änderung im Werthe des ersten Faktors eine viel raschere, als die des zweiten Faktors bei einer Änderung von λ, μ_1 und μ_2. Der erste Faktor liefert also nahe aneinander liegende, durch helle Maxima getrennte scharfe dunkle Streifen, während durch den zweiten Faktor, wenn er der Nulle sich nähert, breite dunkle Streifen, die sich über eine grössere Zahl der erstgenannten Streifen erstrecken können, bedingt sind. Die Intensitätsminima erster Ordnung, wie wir sie nennen wollen, treten also auf für

$$\sin\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right)D'=0$$

oder für

$$\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right)D'=n\lambda,$$

während die entsprechenden Maxima auftreten für

$$\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right)D'=\frac{2n-1}{2}\lambda.$$

Diese Interferenz-Streifen treten sonach in derselben gegenseitigen Distanz auf, wie die Talbot'schen Streifen bei einer einfach brechenden Platte von der Dicke D' und den mittleren Brechungsquotienten $\frac{\mu_1+\mu_2}{2}$, erscheinen aber gegen diese um ihre halbe Distanz verschoben. Wir nennen diese Stellung der Streifen die verschobene Stellung der Minima erster Ordnung. Ob die Maxima ihren höchsten Werth wirklich erlangen, hängt ersichtlich vom zweiten Faktor ab. Es wird nämlich das Auftreten

breiter dunkler Minima oder heller Maxima zweiter Ordnung davon abhängen, ob

$$\sin\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_1-\mu_2}{2}\right)D'$$

gleich 0 oder 1 ist. Das erstere tritt ein, wenn gleichzeitig an den betrachteten Stellen

$$\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)D'=2n\lambda,$$

das zweite, wenn

$$\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)D'=(2n-1)\lambda.$$

Dunkle breite Streifen treten also an den betrachteten Stellen auf, wenn an eben diesen Stellen eine Krystallplatte von der Dicke D' zwischen gekreuzten Nicolen dunkle Interferenz-Streifen mit einem Gangunterschiede von einer geraden Anzahl von Wellenlängen besitzen würde. Diese Streifen fehlen aber gänzlich, wenn dieser Gangunterschied eine ungerade Anzahl von Wellenlängen beträgt. Liegt der Werth von $\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)D'$ zwischen den angegebenen Grenzwerthen, so werden die Streifen um so weniger dunkel sein, je mehr sich eben dieser Werth dem zweiten Grenzwerthe nähert.

Wird endlich der Werth aus Gleichung (11) in (8) substituirt, so erhält man

$$\begin{aligned} I&=2a^2\left(\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D'+\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_2-1)D'\right)^2= \\ &=8a^2\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right)\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_1-\mu_2}{2}\right)D' \end{aligned} \qquad (14)$$

Auch hier erhalten wir wieder Maxima und Minima sowohl erster, als auch zweiter Ordnung. Die Minima erster Ordnung treten auf für

$$\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right)D'=\frac{2n-1}{2}\lambda$$

die entsprechenden Maxima aber für

$$\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right)D'=n\lambda.$$

Es treten hier also die Talbot'schen Streifen gerade so auf, wie sie bei einer einfach brechenden Platte von der Dicke D' und den mittleren Brechungsquotienten $\frac{\mu_1+\mu_2}{2}$ bei Anwendung von unpolarisirtem Licht auftreten würden. Sie sind sonach in normaler Stellung.

In ähnlicher Weise wie früher ergeben sich Minima zweiter Ordnung für

$$(\mu_1-\mu_2)D'=(2n-1)\lambda$$

und ihnen entsprechende Maxima zweiter Ordnung für

$$(\mu_1-\mu_2)D'=2n\lambda.$$

Diese Werthe lehren also, dass sich breite dunkle Streifen an den betrachteten durch (11) gegebenen Stellen zeigen, wenn gleichzeitig an diesen Stellen eine Krystallplatte von der Dicke D' zwischen gekreuzten Nicolen dunkle Minima, entsprechend einem Gangunterschied von einer ungeraden Anzahl Wellenlängen, zeigen würde, dass aber, wenn dies nicht der Fall ist, die dunklen Streifen um so schwächer auftreten, je mehr sich für sie der angedeutete Gangunterschied einer geraden Anzahl von Wellenlängen nähert, so zwar, dass bei diesen letzteren die Maxima erster Ordnung in voller Intensität auftreten.

Aus dem Angeführten ist es ersichtlich ein Leichtes, das Auftreten der Interferenz-Streifen für die durch die Gleichungen (9), (10) und (11) repräsentirten Stellen des Spectrums zu finden. Man ist aber aus dem eben Gesagten leicht im Stande, das Bild der ganzen Erscheinung sich durch passende Übergänge zu vervollständigen. So wird ersichtlich sein, dass die Minima zweiter Ordnung, wenn sie überhaupt auftreten, nur an den durch die Gleichungen (10) und (11) gegebenen Stellen zu suchen sein werden, dass sie sich aber über diese Stellen rechts und links bis auf eine

gewisse Distanz ausbreiten werden, jedenfalls aber nicht weiter als bis in die Nähe der durch Gleichung (9) bestimmten Stellen, da an diesen solche Minima niemals auftreten können. Die Maxima und Minima erster Ordnung können an den nächstliegenden, durch Gleichung (9), (10) und (11) bestimmten Stellen, beide in normaler oder beide in verschobener, oder endlich an einer Stelle in normaler, an der nächstliegenden in verschobener Stellung sich befinden. In den beiden ersten Fällen ist anzunehmen, dass auch an den Zwischenstellen diese Minima und Maxima in gleicher Weise auftreten, während im letzten Falle ein Übergang stattfinden muss, der sich in ähnlicher Weise durch ein Auftreten von streifenfreien Stellen kennzeichnen wird, wie dies auch ganz ebenso bei den durch eine einzige Krystallplatte erzeugten Streifen der Fall war. Durch eben diese Verhältnisse ergibt sich eine grosse Mannigfaltigkeit im Wechsel dieser Streifen, die beim blossen Anblick der Erscheinung auf ein regelloses, ganz ungesetzmässiges Auftreten der Streifen hinzuweisen scheint.

Wird in der allgemeinen Gleichung (8) $D=0$ gesetzt, bedeckt man nur die eine Hälfte des Objectives mit einer Krystallplatte von der Dicke D', so nimmt sie die einfachere Form an

$$I=2a^2 \sin \frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)D'.$$

Es folgt hieraus, dass die Erscheinung unter diesen Umständen gerade so auftritt, wie bei einer einzigen das ganze Objectiv bedeckenden Krystallplatte von der Dicke D' zwischen gekreuzten Nicolen, abgesehen natürlich von der geringeren Intensität an Stellen der Maxima, indem ja alle Strahlen, welche nicht durch die Krystallplatte gegangen sind, durch den Analyseur ausgelöscht werden.

Wird hingegen $D'=0$, bedecken wir also das ganze Objectiv mit der Platte von der Dicke D, so liefert die Gleichung (8)

$$I=4a^2 \sin \frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)D,$$

eine Relation, die mit der obigen identisch, indem man absieht von dem absoluten Werthe der Intensität und nur Rücksicht nimmt auf die Orte der Maxima und Minima. Diese Relation

hätte selbstverständlich auf eine einfachere Weise gefunden werden können.

Es sollen nun in dem Folgenden ein paar hieher gehörige Interferenz-Erscheinungen mit Hilfe der in Fig. 1 und 2 gegebenen Zeichnungen erläutert werden. Wie sich aus den schon angestellten Betrachtungen leicht ergibt, ist die mehr oder minder regelmässige Vertheilung der Intensitätsminima und Maxima, sowohl erster als zweiter Ordnung, wesentlich von dem mehr oder weniger einfachen Verhältnisse der Werthe D' und $2D+D'$ abhängig. In Fig. 1 ist nun eine Interferenz-Erscheinung dargestellt für $D=\frac{1}{2}D'$, so dass $2D+D'=2D'$ wird. Bei Fig. 2 ist ein etwas complicirterer Fall dargestellt, indem für sie $D=\frac{3}{2}D'$ gewählt wurde, so dass $2D+D'=4D'$ wird. In beiden Zeichnungen enthält die erste breite horizontale Zone durch Verticallinien diejenigen Orte angedeutet, für welche eine Krystallplatte von der Dicke D', die zwischen gekreuzten Nicolen so eingestellt ist, dass ihre optischen Elasticitätsaxen mit den Polarisationsebenen der Nicole Winkel von 45° bilden, dunkle Intensitätsminima hat. Dasselbe gilt bezüglich der zweiten Zone für eine eben solche Platte von der Dicke $2D+D'$. Die diesen Linien nebengestellten Zahlen geben die ihnen entsprechende Anzahl von Wellenlängen als Gangunterschied an, so dass links das rothe, rechts das violette Ende des Spectrums gedacht werden muss. Es wird durch diese Linien ein leichteres Verständniss der in der dritten Zone gegebenen eigentlichen Interferenz-Erscheinungen ermöglicht. Betrachten wir in Fig. 1 zuerst diejenigen Orte, welche durch die Gleichung (9) gegeben sind, so finden wir an den mit a bezeichneten Stellen die Maxima und Minima erster Ordnung in der normalen, für die mit b bezeichneten Stellen aber in verschobener Stellung. Der Gleichung (10) entsprechen die mit c und d bezeichneten Stellen. An beiden finden wir die Maxima und Minima in verschobener Stellung, so zwar, dass sie sich, wo es eben möglich ist, vollkommen an die bei b auftretenden anschliessen. Bei c finden sich vollkommen dunkle Minima zweiter Ordnung, die bei d gänzlich fehlen, da dort solche Maxima Platz finden. Die ersteren entsprechen nämlich Stellen,

für welche eine Platte von der Dicke D' zwischen gekreuzten Nicolen Minima mit gerader, letztere aber mit ungerader Anzahl Wellenlängen Gangunterschied hat. Die Stellen bei e entsprechen der Gleichung 11. Wir finden bei ihnen die Maxima und Minima erster Ordnung in der normalen Stellung, wie bei a, an welche sie sich auch, wenn sie nachbarlich auftreten, vollkommen anschliessen. An diesen Stellen hat aber auch die Platte von der Dicke D' zwischen gekreuzten Nikolen Maxima, es wird somit für sie

$$\cos \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_1-\mu_2}{2}\right)D'=\frac{1}{2},$$

weshalb hier nach Gleichung (14) Minima zweiter Ordnung auftreten, die indess nur schwach sind, da der sie bedingende Cosinus nur $\sqrt{\frac{1}{2}}$ und nicht 0 ist. Endlich sind noch die Stellen bei f zu betrachten. Sie sind fast vollkommen streifenfrei, da sich an ihnen der Ausgleich der Maxima und Minima erster Ordnung aus der normalen und verschobenen Stellung vollzieht, ganz ähnlich wie bei den Talbot'schen Streifen einer Krystallplatte unter Anwendung von unpolarisirtem Lichte, wie dies auch oben schon angedeutet wurde.

In Fig. 2 entsprechen der Gleichung (9) die mit a, b und c bezeichneten Stellen; dort finden sich nämlich für die Platte von der Dicke $2D+D'$ helle Maxima zwischen gekreuzten Nicolen. Bei a treten die Maxima und Minima erster Ordnung in normaler Stellung auf, da sie in der Nähe der Minima mit gerader Anzahl Wellenlängen Gangunterschied für die Platte von der Dicke D' liegen, bei b sind diese Maxima und Minima erster Ordnung in verschobener Stellung, da sie in der Nähe von Minima mit ungerader Anzahl Wellenlängen Gangunterschied auftreten. Die bei a und b auftretenden dunklen Interferenz-Streifen sind sehr scharf, während sie bei c verhältnissmässig schwach sind und sich eben dort weder in der normalen noch in der verschobenen Stellung befinden, indem sie wieder etwas gegen beide Stellungen verschoben erscheinen. Denn an diesen Stellen beginnt der Ausgleich zwischen der normalen und verschobenen Stellung der Talbot'schen Streifen einer Krystallplatte von der Dicke D' bei Anwendung von unpolarisirtem Licht. Der Gleichung (10) entsprechen in ähn-

licher Weise die mit d, e und f bezeichneten Stellen. Bei allen diesen erscheinen die Minima und Maxima erster Ordnung in der verschobenen Stellung. Bei d erscheinen ausserdem vollkommen dunkle Minima zweiter Ordnung, da dort eine Krystallplatte von der Dicke D' zwischen gekreuzten Nicolen dunkle Streifen, entsprechend einem Gangunterschiede von einer geraden Anzahl Wellenlängen hat. Bei e hingegen treten nur sehr schwache Minima zweiter Ordnung auf, und bei f fehlen die Minima gänzlich, da an ihre Stelle Maxima zweiter Ordnung getreten sind. Der Gleichung (11) entsprechen die mit g und h bezeichneten Stellen. An beiden finden sich die Maxima und Minima erster Ordnung in normaler Stellung. Bei g finden sich ziemlich dunkle Minima zweiter Ordnung, die aber bei h gänzlich fehlen. Für die erste Stelle ist nämlich

$$\cos\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_1-\mu_2}{2}\right)D'$$

nicht viel grösser als 0, an zweiter Stelle aber nahezu gleich 1. Bei i endlich sind wieder vollkommen streifenfreie Stellen, die wieder wie in Fig. 1 bei f den Übergang aus der normalen zur verschobenen Stellung der Maxima und Minima erster Ordnung bilden. Für die übrigen Stellen wird nach dem oben Gesagten die Stellung der Interferenz namentlich mit Hilfe der Zeichnung leicht zu erkennen sein.

Wenn man in der allgemeinen Gleichung (7), $\psi=0$ setzt, so geht sie in den mathematischen Ausdruck über, für alle Erscheinungen, die verschieden dicke, gleich orientirte Krystallplatten zwischen parallelen Nicolen geben. Wir finden z. B. für $\alpha=0$

$$I=4a^2\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D',$$

für $\alpha=90$

$$I=4a^2\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_2-1)D'.$$

Diese Gleichungen ergeben durch das ganze Spectrum Talbot'sche Streifen in gleicher Stärke, wie sie durch eine einzige einfach brechende Platte von der Dicke D' und den Brechungsquotienten μ_1, respective μ_2 geliefert werden.

Für den Fall, dass $\alpha=45°$ wird, geht die Gleichung (7) in folgende über

$$I_1 = 2a^2\Big[\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D' + \cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_2-1)D' + \\ +2\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D'\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_2-1)D'\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)(2D+D')\Big]. \tag{15}$$

Wenn wir diese Gleichung mit der Gleichung (8) in Beziehung bringen, so ist

$$I+I_1 = 4a^2\Big[\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D' + \cos\frac{2\pi}{\lambda}\mu_2-1)D'\Big],$$

wodurch sich ergibt, dass die bei gekreuzter und paralleler Stellung der Nicole auftretenden Erscheinungen nicht vollkommen complementär sind. Nur an jenen Stellen des Spectrums, für welche

$$\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D' = \cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_2-1)D' = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} \tag{16}$$

oder für welche nach diesem

$$\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)D' = 0$$

ist, wird sich ein solches complementäres Auftreten der Interferenz-Streifen ergeben.

Wenn wir wieder die Discussion der Gleichung (15) in ähnlicher Weise einleiten, wie jene der Gleichung (8), so erhalten wir nach Gleichung (9)

$$I_1 = 2a^2\left(\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D' + \cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_2-1)D'\right) \\ = 2a^2\left(1+\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right)D'\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)D'\right). \tag{17}$$

Da diese Gleichung mit der Gleichung (12) identisch ist, so folgt, dass an allen Stellen des Spectrums, für welche eine Platte von der Dicke $2D+D'$ zwischen gekreuzten Nicolen Intensitätsmaxima hat, die Talbot'schen Interferenz-Streifen bei paralleler Stellung der Nicole gerade so auftreten, wie bei gekreuzter Stellung derselben. Für die durch Gleichung (10) gegebenen Stellen des Spectrums erhält man

$$I_1 = 8a^2\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right)D'\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_1-\mu_2}{2}\right)D' \tag{18}$$

Aus dieser Gleichung ergeben sich die Minima erster Ordnung für

$$\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right)D'=\frac{2n-1}{2}\lambda$$

und die dazu gehörigen Maxima für

$$\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right)D'=n\lambda.$$

Minima zweiter Ordnung, also breite dunkle Streifen treten auf für

$$(\mu_1-\mu_2)D'=2n\lambda$$

und die entsprechenden Maxima zweiter Ordnung für

$$(\mu_1-\mu_2)D'=(2n-1)\lambda.$$

Vergleicht man das Auftreten dieser dunklen Streifen mit jenen an denselben Stellen des Spectrums bei gekreuzten Nicolen auftretenden, so findet man, dass die Maxima und Minima, sowohl erster als zweiter Ordnung um ihre halbe Distanz verschoben erscheinen. Im allgemeinen deutet eine solche Verschiebung eine complementäre Erscheinung an. Hier ist dies jedoch nur in einigen speciellen Fällen richtig, wie sich leicht ergibt, wenn man nicht nur die relativen Werthe der Maxima in Betracht zieht, sondern wenn man auch die absoluten Werthe derselben berücksichtigt. Bildet man nämlich nach den Gleichungen (12) und (18) $I+I_1$, so kann diese Summe nur dann $4a^2$ werden, die Erscheinungen also nur dann complementär auftreten, wenn die schon in (16) gegebenen speciellen Bedingungen erfüllt sind.

Ein ähnliches Verhältniss zeigt sich auch für jene Stellen des Spectrums, welche durch die Gleichung (11) bestimmt sind. Unter dieser Voraussetzung geht die Gleichung (15) über in folgende:

$$(19) \qquad I_1=8a^2\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right)D'\sin\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)D'.$$

Da diese Gleichung mit jener (13) identisch ist, so werden Maxima und Minima in derselben Weise zu bestimmen sein, wie sie dort gefunden wurden. Im Vergleiche mit (14), welche das

Auftreten der Interferenz-Streifen für dieselben Stellen bei gekreuzten Nicolen liefert, ergibt sich auch hier wieder eine Verschiebung der Interferenz-Streifen der ersten und zweiten Ordnung um ihre halbe Distanz. Aber auch hier wird diese Verschiebung nur dann eine complementäre Erscheinung andeuten, wenn die durch die Gleichung (16) gestellten Bedingungen eintreten.

Zum Schlusse wollen wir die Erscheinung betrachten, wie sie sich unter Anwendung von unpolarisirtem Lichte ergibt. Wenn wir wieder annehmen, dass unpolarisirtes Licht aus linearpolarisirtem dadurch entsteht, dass in diesem die Schwingungsrichtung sich proportional der Zeit ändert, dass aber diese Änderungen nur verhältnissmässig langsam eintreten, so dass die Schwingungsrichtung für die zum Durchlaufen der grössten Plattendicke nothwendige Zeit als constant angesehen werden kann, so können wir uns zu unserer Untersuchung der Gleichungen (5) und (6) bedienen. Die Intensitäten der beiden Strahlen während der sehr kurzen Zeit dt, während welcher die Schwingungsrichtung des unpolarisirten Lichtes mit einer beliebig angenommenen Linie, etwa eine Elasticitätsaxe des Krystalles, den Winkel α bildet, ist

$$dI_0 = 4a^2 \cos^2\alpha \cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1 - 1)D'.\,dt$$

$$dI'_0 = 4a^2 \sin^2\alpha \cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_2 - 1)D'.\,dt.$$

Die während der Zeit dt entwickelte Gesammtintensität ist also

$$dI = 4a^2\left(\cos^2\alpha \cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1 - 1)D'dt + \sin^2\alpha \cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_2 - 1)D'dt\right).$$

Bezeichnen wir mit τ die Zeit einer Undulation, so erhalten wir für die während derselben auftretende Intensität

$$I = 4a^2\left[\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1 - 1)D'\int_0^\tau \cos^2\alpha\, dt + \cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_2 - 1)D'\int_0^\tau \sin^2\alpha\, dt\right]$$

und da

$$\alpha = \frac{2\pi t}{\tau}$$

ist, so erhalten wir schliesslich nach ausgeführter Integration

$$(20)\qquad I=2a^2\tau\left[\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D'+\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_2-1)D'\right].$$

Diese Gleichung lehrt, dass hier, wo zwei verschieden dicke, aber gleich orientirte Krystallplatten zur Hervorrufung der Talbot'schen Streifen verwendet werden, die Erscheinung genau so auftritt, wie bei Anwendung nur einer einzigen Krystallplatte, deren Dicke D' gleich ist der Differenz der beiden Plattendicken, indem die angegebene Gleichung die Intensität proportional liefert einer schon a. a. O. abgeleiteten.

Wir haben bisher nur jene Fälle in Betracht gezogen, bei welchen die verschieden dicken Platten gleich orientirt waren, so dass die Schwingungsrichtungen der gleich schnell durch die Platten sich bewegenden Strahlen parallel waren. Es sind aber auch jene Fälle bemerkenswerth, bei welchen die verschieden dicken Krystallplättchen so gestellt sind, dass die bezeichneten Schwingungsrichtungen auf einander senkrecht stehen. In diesem Falle brauchen wir nur in den Gleichungen (4), μ_1 und μ_2 zu vertauschen, so dass

$$(21)\qquad \begin{aligned} y_2 &= a\cos\alpha\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-\mu_2 D-D') \\ z_2 &= a\sin\alpha\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-\mu_1 D-D') \end{aligned}$$

wird, während die Gleichungen (3) ungeändert bleiben.

Die beiden Strahlen y_1 und y_2, sowie jene z_1 und z_2 liefern je einen neuen Strahl und diese beiden sind durch folgende Gleichungen gegeben:

$$(22)\qquad Y=2a\cos\alpha\cos\frac{\pi}{\lambda}\Big((\mu_1-\mu_2)D+(\mu_2-1)D'\Big)\sin\frac{2\pi}{\lambda}\Big(vt-\frac{\mu_1+\mu_2}{2}D-\frac{\mu_1-1}{2}D'\Big)$$

$$(23)\qquad Z=2a\sin\alpha\cos\frac{\pi}{\lambda}\Big((\mu_1-\mu_2)D-(\mu_1-1)D'\Big)\sin\frac{2\pi}{\lambda}\Big(vt-\frac{\mu_1+\mu_2}{2}D-\frac{\mu_2-1}{2}D'\Big).$$

Bilden wir von diesen Werthen die zur Schwingungsrichtung des Analyseurs parallelen Componenten, so geben diese durch ihre Zusammensetzung den schliesslich aus dem Analyseur austretenden Strahl

$$X=Y\cos(\alpha-\psi)+Z\sin(\alpha-\psi),$$

dessen Intensität nach den obigen Gleichungen sich in folgender Weise ergibt

$$I=4a^2\Big[\cos^2\alpha\cos^2(\alpha-\psi)\cos\frac{2\pi}{\lambda}A+\sin^2\alpha\sin^2(\alpha-\psi)\cos\frac{2\pi}{\lambda}A'+ \\ +2\cos\alpha\sin\alpha\cos(\alpha-\psi)\sin(\alpha-\psi)\cos\frac{\pi}{\lambda}A\cos\frac{\pi}{\lambda}A'\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)D'\Big] \tag{24}$$

wobei der Kürze halber gesetzt wurde

$$A=(\mu_1-\mu_2)D+(\mu_1-1)D'$$
$$A'=(\mu_1-\mu_2)D-(\mu_2-1)D'.$$

Relativ am einfachsten gestalten sich auch hier die Verhältnisse (abgesehen von der einfachsten Bedingung $\alpha=0$ und $\alpha=90°$), wenn $\alpha=45°$ und wenn gleichzeitig $\psi=90°$ oder $=0$ ist.

In allen Fällen aber erweist es sich wieder als nothwendig, dass die dickere Krystallplatte mehr gegen das rothe Ende des Spectrums liegen muss, soll das Auftreten der Talbot'schen Streifen möglich sein. Aber es ist hier noch auf einen anderen Umstand aufmerksam zu machen. In den zusammengehörigen Gleichungen (3) und (21) nehmen die beiden Strahlen y_1 und y_2 jedenfalls Theil an der Bildung der Talbot'schen Streifen, da $\mu_1>\mu_2$ angenommen wurde. Nicht so ist es jedoch im allgemeinen mit den Strahlen z_1 und z_2; diese geben nur Anlass zur Bildung der Talbot'schen Streifen und wirken dabei mit, wenn

$$\mu_2 D+\mu_2 D'>\mu_1 D+D', \tag{25}$$

wahrscheinlich aus demselben Grunde, wegen welchem die gewöhnlichen Talbot'schen Streifen nur auftreten, wenn das dünne Plättchen von der rothen Seite des Spectrums her eingeschoben wird. Wird die oben aufgestellte Bedingungsgleichung nicht erfüllt, so treten die durch y_1 und y_2 hervorgerufenen dunklen Streifen nur sehr schwach auf, da sie von den nicht interferirenden Strahlen z_1 und z_2 im Spectrum überdeckt sind.

Bei der weiteren Betrachtung wollen wir stets $\alpha=45°$ voraussetzen und vorerst den Fall betrachten, dass $\psi=90°$, dass also wieder Polariseur und Analyseur sich in gekreuzter Stellung befinden. Unter diesen Voraussetzungen nimmt unsere allgemeine Gleichung (24) folgende einfache Form an:

$$I = 2a^2\Big[\sin^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1 - 1)D' + \sin^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_2 - 1)D' - \tag{26}$$
$$-2\sin\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1 - 1)D'\sin\frac{\pi}{\lambda}(\mu_2 - 1)D'\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1 - \mu_2)(2D + D')\Big].$$

Wenn wir diese Gleichung in derselben Weise analysiren wie die ihr ähnlichen (8) und (15), so erhalten wir an den durch (9) bestimmten Stellen

$$I = 2a^2\Big(\sin^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1 - 1)D' + \sin^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_2 - 1)D'\Big). \tag{27}$$

Ziehen wir diese Relation in Vergleich mit der Gleichung (13), so ergibt sich hier die Interferenz-Erscheinung vollkommen complementär mit jener, die an eben diesen Stellen auftritt, unter Anwendung einer einzigen Krystallplatte von der Dicke D', bei unpolarisirtem Licht. Wir haben also auch hier wieder dunkle Streifen in normaler oder verschobener Stellung oder streifenfreie, den Übergang zwischen diesen vermittelnde Stellen. Es sind hier die streifenfreien Stellen an demselben Orte wie dort, da ihnen in beiden Fällen nur eine mittlere, das Maximum nicht erreichende Intensität zukommt.

Für diejenigen Stellen des Spectrums, welche der Gleichung (10) entsprechen, erhalten wir aus obiger Gleichung (26)

$$I = 2a^2\Big(\sin\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1 - 1)D' - \sin\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1 - 1)D'\Big)^2 \tag{28}$$
$$= 8a^2\cos^2\frac{\pi}{\lambda}\Big(\frac{\mu_1 + \mu_2}{2} - 1\Big)D'\sin^2\frac{\pi}{\lambda}\Big(\frac{\mu_1 - \mu_2}{2}\Big)D'.$$

Wir entnehmen aus dieser Gleichung wieder das Auftreten der Maxima und Minima erster und zweiter Ordnung und in Vergleichung mit Gleichung (13) finden wir, dass hier bei gekreuzten Nicolen und gekreuzten Elasticitätsaxen der Krystallplatten die Maxima und Minima erster Ordnung um ihre halbe Distanz verschoben erscheinen gegen ihr Auftreten bei gekreuzten Nicolen und parallelen Elasticitätsaxen. Wir haben hier nämlich Minima und Maxima erster Ordnung für

$$\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right)D'=\frac{2n-1}{2}\lambda \text{ und}$$

$$\left(\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right)D'=n\lambda,$$

während Minima und Maxima zweiter Ordnung auftreten für

$$(\mu_1-\mu_2)D'=2n\lambda \text{ und}$$
$$(\mu_1-\mu_2)D'=(2n-1)\lambda.$$

Auf ganz ähnliche Weise gestalten sich die Verhältnisse für die durch die Gleichung (11) bestimmten Stellen des Spectrums. Für diese wird

$$\begin{aligned} I&=2a^2\left(\sin\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D'+\sin\frac{\pi}{\lambda}(\mu_2-1)D'\right)^2 \\ &=8a^2\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left[\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right]D'.\cos\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\mu_1-\mu_2}{2}D'. \end{aligned} \tag{29}$$

Diese Gleichung steht in derselben Beziehung zur Gleichung (14), wie jene (28) zu (13). Auch hier erscheinen die einzelnen Talbot'schen Streifen, die Minima erster Ordnung, um die halbe Distanz verschoben gegen ihr Auftreten bei gekreuzten Nicolen und parallelen Elasticitätsaxen, während die Minima und Maxima zweiter Ordnung hier wie dort gleich auftreten.

An denjenigen Stellen des Spectrums, die nicht durch die Gleichungen (9), (10) und (11) bestimmt sind, wird nun auch hier, wie dies bei parallelen Elasticitätsaxen der Fall war, ein Übergang der verschieden gestellten Talbot'schen Streifen eintreten, wodurch wieder neue streifenfreie Stellen entstehen, die in verschiedenen Theilen des Spectrums bald weiter, bald näher aneinander liegen, was selbst wieder wesentlich von dem Verhältniss der Plattendicken $2D+D'$ und D' abhängt.

Die allgemeine Gleichung (26) geht für den Fall, dass $D=0$ wird, über in

$$I=2a^2\sin\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)D' \tag{30}$$

und es tritt in diesem Falle die Erscheinung gerade so auf, wie sie durch eine einzige Krystallplatte von der Dicke D', deren

Elasticitätsaxen-Winkel von 45° mit den gekreuzten Nicolen bildet, auftritt, indem selbstverständlich die neben der Platte vorbeigehenden Strahlen durch den Analyseur nicht hindurchgehen. Nimmt man aber $D'=0$, so wird

$$I=0,$$

d. h. bei zwei gleich dicken Platten soll gar kein Licht durch den Analyseur austreten. Das ist nun im Experimente nicht der Fall, wenigstens ist mir dasselbe bis nun nicht gelungen. Es ist im Gegentheile das Gesichtsfeld hell, mit schwachen Interferenz-Streifen, die gerade so auftreten, wie die durch die Gleichung (30) gegebenen. Hier tritt nämlich der Umstand ein, auf welchen schon oben aufmerksam gemacht wurde, dass nämlich nur der durch die gegen das rothe Ende des Spectrums liegende Platte langsamer sich fortpflanzende Strahl mit dem schnelleren der anderen Platte interferirt, während die übrigen beiden Strahlen das Gesichtsfeld gleichmässig erhellen. Es ist mir, wie schon oben bemerkt, auch hier nicht gelungen, im Experimente die durch die Formel gegebene Erscheinung zu erhalten. Ich glaube auch, dass die gegebene Erklärung die richtige ist, da sie in den gewöhnlichen Talbot'schen Streifen ein bewährtes Analogon hat, wenn auch andererseits zu berücksichtigen ist, dass es gewiss nicht leicht ist, die eine Bedingung, dass durch beide Platten gleichviel Licht geht, strenge einzuhalten. Aber ich bin überzeugt, dass es mir bei den vielen Versuchen, die ich in dieser Richtung gemacht habe, einmal wenigstens für kurze Zeit möglich gewesen ist, diese Bedingung zu erfüllen, ohne ein anderes Resultat bezüglich der Helligkeit des Gesichtsfeldes bekommen zu haben.

Der zweite Fall, der bei senkrecht zu einander orientirten Krystallplatten einfache Resultate liefert, tritt ein, wenn $\psi=0$ wird, d. h., wenn Analyseur und Polariseur in paralleler Stellung sind. Unter dieser Voraussetzung (sowie der schon oben angeführten $\alpha=45°$) nimmt die Gleichung (24) folgende Form an:

$$I=2a^2\Big(\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D'+\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_2-1)D'+ \\ +2\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-1)D'\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_2-1)D'\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)(2D+D')\Big). \tag{31}$$

Nachdem diese Gleichung aber vollkommen identisch ist mit jener (15), folgt, dass hier bei parallelen Nicolen und gekreuzten Elasticitätsaxen die Erscheinung genau so eintritt, wie bei parallelen Nicolen und parallelen Elasticitätsaxen.

Zum Schlusse wollen wir nun auch derjenigen Interferenz-Erscheinung Erwähnung thun, die sich zeigt, wenn man zwei verschieden dicke Krystallplatten, die optisch senkrecht gegen einander orientirt sind, unter Anwendung von unpolarisirtem Licht zur Erzeugung der Talbot'schen Streifen benützte.

Nehmen wir an, dass zur Zeit t das auf die Krystallplatte fallende Licht mit der einen Schwingungsrichtung oder Elasticitätsaxe der Krystallplatten einen Winkel α bildet, so liefern die beiden durch die Gleichungen (22) und (23) gegebenen Strahlen während des Zeitelementes dt folgende Intensitäten:

$$dI_0 = 4a^2 \cos^2\alpha \cos\frac{2\pi}{\lambda}[(\mu_1-\mu_2)D+(\mu_1-1)D']dt$$

$$dI'_0 = 4a^2 \sin^2\alpha \cos\frac{2\pi}{\lambda}[(\mu_1-\mu_2)D-(\mu_2-1)D']dt.$$

Diese beiden, senkrecht zu einander schwingenden Strahlen liefern also während der Zeit dt die Gesammtintensität

$$dI = 4a^2\left(\cos\frac{2\pi}{\lambda}[(\mu_1-\mu_2)D+(\mu_2-1)D']\cos^2\alpha dt + \cos\frac{2\pi}{\lambda}[(\mu_1-\mu_2)D-(\mu_2-1)D']\sin^2\alpha\, dt\right).$$

Die während einer Schwingung, d. i. in der Zeit τ entwickelte Intensität ist sonach, da wieder $\alpha = \frac{2\pi t}{\tau}$

$$I = 4a^2\left(\cos\frac{2\pi}{\lambda}[(\mu_1-\mu_2)D+(\mu_1-1)D']\int_0^\tau \cos^2\frac{2\pi t}{\tau}dt + \cos\frac{2\pi}{\lambda}[(\mu_1-\mu_2)D-(\mu_2-1)D']\int_0^\tau \sin^2\frac{2\pi t}{\tau}dt\right)$$

oder nach ausgeführter Integration

$$I = 2a^2\tau\left(\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left[(\mu_1-\mu_2)D+(\mu_1-1)D'\right]+\right.$$
$$\left.+\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left[(\mu_1-\mu_2)D-(\mu_2-1)D'\right]\right),$$

welcher Werth sich in folgende bequemere Form bringen lässt:

$$(32)\quad I = 2a^2\tau\left[1+\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left[\frac{\mu_1+\mu_2}{2}-1\right]D'\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)(2D+D')\right].$$

Vergleichen wir dieses Resultat mit den durch die Gleichung (20) gegebenen, so finden wir eine vollständige Übereinstimmung, wenn wir D' im zweiten Faktor durch $2D+D'$ ersetzen. Demzufolge treten unter den angenommenen Umständen die Talbot'schen Interferenz-Streifen an jenen Stellen des Spectrums vollkommen scharf auf, an welchen eine Krystallplatte von der Dicke $2D+D'$ zwischen gekreuzten Nicolen dunkle Streifen zeigt. An jenen Stellen, wo diesen dunklen Streifen ein Gangunterschied von einer geraden Anzahl von Wellenlängen entspricht, treten die Talbot'schen Streifen gerade so auf, wie bei einer einfach brechenden Platte von der Dicke D' und den mittleren Brechungsquotienten $\frac{\mu_1+\mu_2}{2}$. An jenen dunklen Stellen aber, wo ein Gangunterschied von einer ungeraden Anzahl von Wellenlängen eintritt, erscheinen die Talbot'schen Streifen in der verschobenen Stellung. Dort wo zwischen gekreuzten Nicolen eine Krystallplatte von der Dicke $2D+D'$ helle Maxima besitzt, sind hier scheinbar streifenfreie Stellen, die wieder den Übergang von der normalen in die verschobene Stellung der Streifen bedingen.

Ein einfacher Fall tritt ein, wenn hier $D'=0$ wird, wenn also zwei gleich dicke Krystallplatten benützt werden. Es wird sodann

$$I = 4a^2\tau\cos\frac{2\pi}{\lambda}(\mu_1-\mu_2)D,$$

sche Streifen.

Fig. 1.

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

f b d b f e a f e f a c f b c b f e a f c f a c f b c b f e a f c

Fig. 2.

6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

c e c h a i d i a h c e c g i b f b i g c c c h a i d i a h c g i b f

Handels-Akademie . 12. U.V.M.

Druck von Jos. Wagner.

d. h. ez müsste die Erscheinung so auftreten, wie sie eine einzige Krystallplatte von der Dicke *D* zwischen parallelen Nicolen zeigt. Diese Erscheinung tritt aber aus den oben schon mehrfach erwähnten Gründen nicht auf. Die zwei nicht zur Interferenz kommenden Strahlen überdecken die durch Interferenz der anderen beiden Strahlen entstehenden Streifen, so dass diese nicht gut sichtbar werden können.